SU ALCUNI TEST PER DISCRIMINARE TRA MODELLI SPAZIO TEMPORALI

Eugenia Nissi

Dipartimento di Metodi Quantitativi e Teoria Economica, Viale Pindaro, 42- Pescara. e-mail: nissi@dmqte.unich.it

Riassunto

La specificazione della matrice dei pesi costituisce senza dubbio la fase più delicata per l'identificazione e la successiva stima dei modelli spazio-temporali. In generale, una volta specificata la matrice dei pesi, si suppone che la stessa rimanga costante nell'intervallo temporale considerato senza tenere conto che nel tempo l'ordinamento delle sub-aree possa modificarsi.

Il presente lavoro, propone l'impiego di tests di ipotesi non nidificate per verificare se sia plausibile ipotizzare l'invarianza temporale della matrice dei pesi nell'ambito dei modelli della classe STAR (Spazio-Temporale Autoregressivi). I test proposti consentono inoltre di stimare l'intervallo temporale entro il quale, verosimilmente si verifica un mutamento della struttura spaziale.

Le performance dei tests proposti vengono verificate con un esperimento simulativi.

1. INTRODUZIONE

Il problema della discriminazione fra due ipotesi "separate" (non nested), ossia due ipotesi ciascuna delle quali non può essere configurata come un caso particolare dell'altra è stato introdotto negli anni '60 quando Cox (1961) propose "un test di verosimiglianza generalizzato".

Successivamente, il problema della scelta tra modelli alternativi ha avuto un ampio sviluppo soprattutto in ambito econometrico (Atkinsons 1970, Pesaran 1974) al fine di consentire la scelta di variabili esplicative diverse in relazione ai modelli di regressione.

Il presente lavoro, invece, propone l'impiego di tests di ipotesi non nidificate per verificare se sia plausibile ipotizzare l'invarianza temporale della matrice dei pesi nell'ambito dei modelli della classe STAR (Spazio-Temporale Autoregressivi). I test proposti consentono inoltre di stimare l'intervallo temporale entro il quale, verosimilmente si verifica un mutamento della struttura spaziale.

Come è noto, l'identificazione e la stima dei modelli della classe STAR (Pfeifer e Deutsch, 1979, 180, 1981; Coli, 1992) richiedono la specificazione di una matrice dei pesi **W** che rappresenta una conoscenza a priori dei legami di interazione esistenti tra tutte le possibili coppie di zone in cui può essere suddiviso un sistema spaziale. Definire la matrice dei pesi significa quindi formulare una ipotesi di "direzione privilegiata" rispetto alla quale verifichiamo se il fenomeno osservato presenta autocorrelazione spaziale, cosicché in tale ambito i parametri del modello misurano l'intensità con cui le osservazioni riflettono l'interazione o la dipendenza spaziale tra le unità del sistema. I criteri suggeriti, in letteratura, per individuare la corretta struttura dei pesi associata al processo di interazione spaziale sono i più vari: si passa dalle strutture binarie, che misurano la contiguità immediata, alle combinazioni di due ordini di contiguità (come nell'approccio biparimetrico di Brandsma e Ketellapper, 1979) o di contiguità di diverso ordine (Hordijk, 1974). Strutture dei pesi generalizzate sono state introdotte da Cliff e Ord (1973): si tratta di pesi esogeni che sono definiti sulla base della distanza geografica δ_{ij} tra i baricentri delle aree, della proporzione β_{ij} del perimetro in comune rispetto al perimetro totale delle aree stesse o di combinazioni di forme funzionali, es. $w_{ij} = \delta_{ij}^{-1}\, \beta_{ij}$.

Non esiste comunque, un criterio oggettivo in grado di suggerire la struttura da usare nelle applicazioni specifiche: Arora e Brown (1997) suggeriscono l'impiego di "pesi neutrali" (contiguità binaria del primo ordine), laddove Koojman (1976) propone un approccio fondato sulla scelta del sistema che massimizza l'autocorrelazione spaziale.

È incontestabile, tuttavia, che la struttura della dipendenza spaziale, formalizzata nella matrice dei pesi, dovrebbe essere strettamente aderente alla teoria dell'interazione spaziale e dovrebbe basarsi, in particolare, sul concetto di accessibilità: in particolare, la matrice dei pesi dovrebbe riflettere la natura corretta dell'interazione spaziale sottostante che genera la dipendenza (Anselin, 1988).

Individuata la matrice di connessione che meglio specifica la struttura dei legami di dipendenza nello spazio, l'ipotesi che di solito si formula è che essa sia invariante nell'intervallo temporale considerato, sebbene non esistano presupposti oggettivi per stabilire la veridicità di tale assunzione. In altri termini, se l'ordinamento delle sub-aree dello spazio oggetto di studio è basato sul concetto di accessibilità, l'introduzione di nuove linee di comunicazione o l'evolversi dei fattori di natura economica, sociale e culturale, può produrre cambiamenti strutturali in tale ordinamento, cambiamenti questi ultimi che non sono contemplati nella matrice dei pesi specificata.

In questo lavoro, avvalendosi dell'impiego di test di ipotesi non nidificate, ci si propone, appunto di verificare l'invarianza temporale della matrice dei pesi nell'ambito dei modelli della classe STAR, nonché di stimare l'intervallo temporale entro il quale, verosimilmente, si verifica un mutamento della struttura spaziale. In particolare, viene proposta una procedura sequenziale che si avvale, alternativamente, del test L del rapporto di verosimiglianza modificato di Pesaran (1974) e del test Mc Aleer (1983) basato sull'impiego di repressori artificiali,

Successivamente, le proprietà campionarie finite di tali test sono state valute tramite simulazioni di tipo Montecarlo.

2. VERIFICA DELL'INVARIANZA TEMPORALE DEI LEGAMI DI INTERAZIONE SPAZIALE

I modelli della classe STAR consistono in una estensione al dominio spaziale della più nota classe di modelli univariati per serie storiche AR (Box e Jenkins, 1970) e consentono di interpretare il comportamento evolutivo di una variabile Y_{it} osservata su un generico territorio suddiviso in N zone, i= 1, …, N, e a diversi istanti temporali t, t = 1, …, T, nell'ipotesi in cui nel sistema spaziale di riferimento si riveli la presenza di autocorrelazione spaziale (Cliff e Ord, 1973). Indicando con $\mathbf{y}_t$ il vettore Nx1 di osservazioni al tempo t, l'espressione analitica del modello STAR è la seguente:

$$\mathbf{y}_t = \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} \mathbf{W}^{(s)} \mathbf{y}_{t\text{-}k} + \mathbf{e}_t \tag{1}$$

dove:
- p è l'ordine dell'autoregressione;
- l(k) è l'ordine spaziale del k-esimo termine autoregressivo;
- ϕ_{ks} è il parametro autoregressivo di ritardo temporale k e spaziale s;
- $\mathbf{W}^{(s)}$ è un amatrice NxN, non necessariamente simmetrica, detta di *connessione* o dei *pesi* il cui generico elemento w_{ij} esprime la contiguità di ordine s tra la zona i e quella j ed è $\delta_{ij}^{(s)} = 0$ se i = j se le zone i e j non sono contigue di ordine s, per cui valgono le seguenti proprietà:

$$\mathbf{W}^{(0)}\mathbf{y}_t = \mathbf{I}\mathbf{y}_t;\ \mathbf{W}^{(s)}\mathbf{y}_t = \sum_{j\in j_s} w_{ij} y_{jt} \quad \forall\ s > 0,\ \text{con} \sum_{j\in j_s} w_{ij} = 1$$

dove **I** è una matrice identità NxN e J_s è l'insieme delle zone di ritardi spaziale s dalla zona i;

– $\mathbf{e}_t$ è un vettore di errori casuali normalmente distribuiti con:

– $$E\left[\mathbf{e}_t\right]=0,\ E\left[\mathbf{e}_t\mathbf{e}_{t+r}^T\right]=\begin{cases}\sigma^2\mathbf{I} & r=0\\ 0 & r\neq 0\end{cases},\ E\left[\mathbf{y}_t\mathbf{e}_{t+r}^T\right]=0\quad\forall\quad r>0.$$

Si supponga, ora, che si desideri verificare l'ipotesi nulla:

$$H_0 : \mathbf{y}_t = \sum_{k=1}^{p}\sum_{s=0}^{l(k)}\phi_{ks}\mathbf{W}_0^{(s)}\mathbf{y}_{t-k} + \mathbf{e}_t, \qquad t = 1,\dots, T \tag{2}$$

dove $\mathbf{W}_0^{(s)}$ la matrice dei pesi (NxN) standardizzata relativa all's-esimo ritardo spaziale che sotto l'ipotesi nulla H_o si assume costante nel tempo, contro l'ipotesi alternativa:

$$H_1\ \mathbf{y}_t = \sum_{k=1}^{p}\sum_{s=0}^{l(k)}\phi_{ks}\mathbf{W}_0^{(s)}\mathbf{y}_{t-k} + \mathbf{e}_t, \qquad t\leq t_0 \tag{3}$$

$$\mathbf{y}_t = \sum_{k=1}^{p}\sum_{s=0}^{l(k)}\phi_{ks}\mathbf{W}_1^{(s)}\mathbf{y}_{t-k} + \mathbf{u}_t, \qquad t\leq t_0+1,$$

dove $\mathbf{W}_1$ è la matrice dei pesi (NxN) standardizzata che, sotto H_1, si ritiene in grado di fornire una migliore specificazione della struttura spaziale al tempo t_{0+1} , mentre $\mathbf{u}_t$ è un vettore di errori casuali normalmente distribuiti con

$$E\left[\mathbf{u}_t\right]=0,\ E\left[\mathbf{u}_t\mathbf{u}_{t+r}^T\right]=\begin{cases}\sigma^2\mathbf{I} & r=0\\ 0 & r\neq 0\end{cases},\ E\left[y_t u_{t+r}^T\right]=0\quad\forall\quad r>0.$$

Si assume, quindi, sotto l'ipotesi alternativa, che la struttura della matrice dei pesi possa variare nel tempo e che tale mutamento si verifichi a partire da un certo istante $t = t_0 + 1$ in poi.

La verifica d'ipotesi nulla consentirà di determinare sia l'istante temporale in cui si verifica il cambiamento strutturale, sia la matrice dei pesi più adeguata a spiegare il tipo di variazione intervenuta.

Nei paragrafi successivi, tale verifica viene eseguita impiegando test di ipotesi non nidificate (si veda Paelinck-Klassen, 1979, per una rassegna dei vari tipi di approcci): ciò è reso possibile dal fatto che la matrice dei pesi specificata sotto H_1 non può considerarsi un caso speciale della stessa matrice ipotizzata sotto H_0. Tali test sono inoltre non simmetrici, in quanto se il modello rappresentato da H_0 consiste in un tentativo di falsificare la formulazione specificata da H_1, allora la confutazione di H_0 tramite H_1 non preclude che H_1 possa essere confutata da H_0.

Nei paragrafi successivi verificheremo se tale approccio ed in particolare i test di Mc Aleer (1983) e di Pesaran (1984), possano validamente applicarsi per verificare l'invarianza temporale della struttura della dipendenza spaziale.

3. UN TEST BASATO SULL'IMPIEGO DI UN REGRESSORE ARTIFICIALE

Una combinazione lineare dei modelli ipotizzati sotto H_0 e H_1, con pesi λ_0 e λ_1, dove $\lambda_0 + \lambda_1=1$, conduce al seguente modello artificiale:

$$\lambda_0 \left\{ \mathbf{y}_t - \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} W_0^{(s)} \mathbf{y}_{t-k} \right\} + \lambda_1 \left\{ \mathbf{y}_t - \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} (W_1^{(s)} \mid H_1) \mathbf{y}_{t-k} \right\} = \mathbf{v}_t, \tag{4}$$

dove $v_t = \lambda_0 e_t + \lambda_1 u_t$, mentre $W_1^{(s)} \mid H_1 = W_1^{(s)}$ se $t \leq t_0$ e $W_1^{(s)} \mid H_1 = W_1^{(s)}$ se $t > t_0$.

Il riordinamento della (4) conduce a:

$$y_t = \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} W_0^{(s)} y_{t-k} \lambda^* \left\{ y_t - \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} (W_1^{(s)} \mid H_1) y_{t-k} \right\} + v_t^*$$

dove $\lambda^* = -\lambda_1 \lambda_0^{-1}$ e $\lambda_t^* = -\lambda_0^{-1} v_t$.

La procedura di verifica di ipotesi che illustriamo si basa sull'indipendenza statistica tra il regressore artificiale $\left(\mathbf{y}_t - \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} (W_1^{(s)} \mid H_1) \mathbf{y}_{t-k} \right)$ ed il residuo e_t stimato condizionatamente all'ipotesi nulla.

Poiché si è supposto che il vettore degli errori $\mathbf{e}^t = \left[e_1, e_2, \ldots, e_T \right]$ abbia una distribuzione normale multivariata $\left(0, \sigma^2 \mathbf{I}\right)$, sarà possibile stimare i parametri del modello (2) impiegando i minimi quadrati ordinari e tali stime coincideranno, per valori sufficientemente elevati di T, con le stime di massima verosimiglianza condizionata (Pfeifer e Deutscht, 1980 pp. 41-42).

Sostituendo nell'ipotesi alternativa $\boldsymbol{y}_t$ con il corrispondente valore stimato sotto H_0, $\hat{\mathbf{y}}_t = \mathbf{P}_t \mathbf{y}_t$ si ottiene:

$$\widehat{y}_t = \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} W_1^{(s)} \mathbf{y}_{t-k} + \mathbf{u}_t , \qquad t = 1,\ldots,T ,$$

pervenendo così alla stima consistente del' ϕ_{ks} sotto H_1, se si suppone che $\mathbf{W_1}$ valga per t =1,…,T, nonché al valore atteso di $\widehat{\mathbf{y}}_t , \mathbf{y}_t^*$, pari a:

$$E\left[\widehat{\mathbf{y}}_t\right] = \mathbf{y}_t^* = \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \widehat{\phi}_{ks} W_1^{(s)} \mathbf{y}_{t-k} .$$

È chiaro che $\mathbf{y}_t^*$ è una funzione di $\widehat{\mathbf{y}}_t$ e quindi è indipendente rispetto a e_t .

Sostituendo, allora, nel modello (4),

$$\left[\mathbf{y}_t - \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} (W_1^{(s)} \mid H_1) \mathbf{y}_{t-k}\right]$$

con il vettore dei residui $\left(\widehat{\mathbf{y}}_t - \mathbf{y}_t^*\right)$ ottenuti dalla regressione artificiale, si arriva a testare la seguente equazione:

$$\mathbf{y}_t = \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \phi_{ks} W_1^{(s)} \mathbf{y}_{t-k} + \lambda^* \left[\widehat{y}_t - \sum_{k=1}^{p} \sum_{s=0}^{l(k)} \widehat{\phi}_{ks} W_1^{(s)} \mathbf{y}_{t-k}\right] + v_t \tag{5}$$

dove $\left(\widehat{\mathbf{y}}_t - \mathbf{y}_t^*\right)$ e $(\mathbf{I} - \mathbf{P})\mathbf{Y}$ sono ortogonali e dove il test di $H_o : \lambda^* = 0$ si distribuisce asintoticamente come una v.c. t di Student con Nt – (p + 1 (k)) g.1..

Se le matrici dei pesi ipotizzate nel modello (3) sono state correttamente specificate, l'istante temporale t in corrispondenza del quale λ^* è significativamente diverso da zero corrisponde al momento in cui si verifica il cambiamento di struttura da $\mathbf{W}_0$ a $\mathbf{W}_1$.

Il test di significatività sul parametro λ^* viene quindi eseguito iterativamente, rispettando le seguenti due fasi:

– si determina approssimativamente l'intervallo temporale $[t,t_0]$ entro il quale la struttura dei legami di dipendenza nello spazio possa ritenersi correttamente specificata da $\mathbf{W}_0$ ed il parametro λ^* risulta di conseguenza, non significativo;
– si stimano i parametri del modello (5) e quindi si verifica la significatività di λ^* per tutti i successivi intervalli temporali che si ottengono aggiungendo i vettori

$\mathbf{y}_{t0+j}$, j=1,…,(T-t_0), ed eliminando i vettori $\mathbf{y}_t$, t = 1,…,$t_{o.}$

Nel caso in cui si voglia verificare se nel periodo campionario siano intervenute altre variazioni nella struttura della matrice dei pesi, basta semplicemente porre sotto l'ipotesi nulla la matrice specificata precedentemente sotto l'ipotesi alternativa e porre sotto H_1 la nuova struttura:la procedura di verifica coinciderà con quella già descritta.

4. UN TEST BASATO SUL RAPPORTO DI VEROSIMIGLIANZA MODIFICATO

Utilizzando ala stessa procedura sequenziale, un approccio alternativo per verificare l'invarianza temporale dei legami di interazione spaziale consiste nell'impiegare il test basato sul rapporto di verosimiglianza modificato di Pesaran (1974).

L'applicazione del test di Pesaran in tale contesto, richiede la determinazione dell'intervallo temporale [t,t_0] entro il quale i legami di dipendenza spaziale si suppongono correttamente specificati, ad esempio si assuma che $\mathbf{W}_1$ valga per t = 1,…, T, l'espressione In tal caso l'espressione formale del test risulterà essere la seguente:

$$L = \left(\left(Nt_0 \big/ 2\right)\log\left[s_1^2 \big/ \left(s_0^2 + s_a^2\right)\right]\right) \Big/ \left[\left(s_0^2 s_b^2\right) \big/ s_a^4\right]^{1/2} \tag{6}$$

dove s_0^2 indica la stima della varianza dei residui del modello (3), s_0^2 è la stima della varianza residua del modello (2), s_a^2 si ottiene regredendo i valori previsti sotto H_0, $\hat{y}_t = \sum_{k=1}^{p}\sum_{s=0}^{l(k)} \hat{\phi}_{ks} w_0^{(s)} y_{t-k} + u_t$, t=1,…,t_0, sulle variabili esplicative del modello specificato sotto H_1 e stimando la varianza dei relativi residui, mentre s_b^2 indica la stima della varianza dei residui ottenuti regredendo $\mathbf{v}_t$ sulle variabili esplicative del modello specificato sotto H_0. Tutte le stime possono ottenersi impiegando lo stimatore dei minimi quadrati ordinari. Se l'ipotesi nulla è vera, la statistica *L* si distribuisce approssimativamente come una v.c. normale standardizzata.

L'adozione della procedura "moving window" illustrata precedentemente, consentirà di determinare l'istante temporale t in cui L assumerà un valore significativo, diagnosticando così il verificarsi di un cambiamento strutturale della matrice dei pesi.

5. RISULTATI DI PROVE DI SIMULAZIONE

In questo paragrafo viene presentato un esperimento Montecarlo per studiare la validità in campioni finiti delle proprietà asintotiche dei test descritti e per confrontare il loro comportamento in presenza di ipotesi nulle ed alternative che si falsificano a vicenda. Il confronto è stato eseguito sul livello di significatività effettivo e sulla potenza del test.

Il processo generatore considerato è dato dal seguente modello:

$$y_{it} = \phi_{10} y_{it-1} + \phi_{11} \sum_j w_{ij} y_{jt-1} + e_{it},\ e \cong N(0,1),$$

vale a dire uno STAR (1,1), dove w_{ij} è l'elemento della matrice **W** che incorpora, in H_0 e H_1, la differente struttura spaziale. L'esperimento simulativo è stato inoltre effettuato ipotizzando una tecnica di campionamento sistematico delle unità spaziali, così che le osservazioni sono effettuate in corrispondenza delle celle di una griglia regolare. Sono state formulate quattro diverse ipotesi sulla struttura della matrice dei pesi **W:** la prima, $\mathbf{W}_a$ (o **A** nelle tab. 1 e 2) è una matrice di contiguità binaria del primo ordine standardizzata con struttura dei legami del tipo torre (lato in comune). La seconda e la terza struttura ($\mathbf{W}_b$ o **B** e $\mathbf{W}_c$ o **C**, rispettivamente) sono identiche alla prima fatta eccezione per il legame di connessione che è $\mathbf{W}_c$ che è del tipo Regina (lato e vertice in comune) in $\mathbf{W}_b$ e di tipo bidirezionale $\mathbf{W}_c$. Supponendo che l'interazione tra zone contigue possa affievolirsi nel corso del tempo, l'ultima struttura dei pesi considerata ($\mathbf{W}_d$, o **D**) è stata ottenuta elevando ciascuna a potenza k = 1.5 gli elementi di $\mathbf{W}_a$.

Ciascuna matrice dei pesi è stata, di volta in volta, posta come ipotesi nulla o alternativa e contrapposta alle altre, dando così luogo, per ciascun test a 24 confronti. L'ampiezza campionaria ed il valore del coefficiente spaziale autoregressivo ϕ_{11} sono stati impiegati come variabili di controllo.

Per un valore di T = 30, sono stati considerati valori di N pari a 25 (piccolo campione) e 81 (grande campione) e valori di ϕ_{11} pari a 0.25, 0.50, 0.75 (basso, medio e alto grado di dipendenza spaziale, rispettivamente).

Sia l'istante temporale t_{o+1} in cui si verifica il cambiamento di struttura della matrice dei pesi, che l'ampiezza m dell'intervallo temporale in cui tale struttura è quella ipotizzata sotto H_0, sono stati mantenuti fissi in tutte le replicazioni e pari a t_{0+1}=11 e m= 5.

Si è considerato un livello di significatività $\alpha = 0.05$, mentre per ogni prova di simulazione, sono state effettuate 500 replicazioni.

Come si evince dalle Tab. 1 e 2, la metà superiore fornisce indicazioni sulla

Tab. 1. Test di McAleer: frequenze empiriche di rifiuto dell'ipotesi nulla.

		MODELLO GENERATORE											
		MATRICE A			MATRICE B			MATRICE C			MATRICE D		
		F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75	F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75	F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75	F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75
	N=25				0.49	0.48	0.42	0.57	0.50	0.44	0.56	0.56	0.54
H_1:A	T_{o+1}				22	23	24	21	22	23	21	21	22
	N=81				0.51	0.53	0.50	0.50	0.70	0.6	0.5	0.53	0.53
	T_{o+1}				22	22	22	23	22	23	22	21	22
	N=25	0.50	0.40	0.45				0.56	0.50	0.58	0.58	0.58	0.4
H_1:B	T_{o+1}	22	23	23				21	22	21.4	21	21	21
	N=81	0.5	0.42	0.45				0.56	0.58	0.56	0.6	0.61	0.61
	T_{o+1}	22	22	22				21	22	22	22	24	22
	N=25	0.40	0.30	0.30	0.49	0.55	0.43				0.53	0.51	0.51
H_1:C	T_{o+1}	22	23	24	23	22	23				22	22	21
	N=81	0.50	0.42	0.45	0.32	0.48	0.45				0.33	0.36	0.60
	T_{o+1}	22	22	22	23	22	22				21	21	21
	N=25	0.46	0.47	0.39	0.49	0.55	0.43	0.46	0.54	0.42			
H_1:D	T_{o+1}	24	23	24	23	22	23	23	21	23			
	N=81	0.51	0.50	0.42	0.55	0.53	0.45	0.41	0.38	0.42			
	T_{o+1}	23	22	21	21	22	22	21	21	21			
	N=25				0.68	0.90	0.99	0.68	0.91	0.99	0.57	0.56	0.58
H_0:A	T_{o+1}				21	17	14	21	17	14	21	21	22
	N=81				0.70	0.80	0.99	0.59	0.88	0.98	0.67	0.63	0.72
	T_{o+1}				20	14	14	20	21	14	18	19	18
	N=25	0.77	0.55	1				0.99	0.94	1	0.64	0.84	0.95
H_0:B	T_{o+1}	20	22	13				17	18	12	21	18	16
	N=81	0.82	0.78	0.91				0.80	0.75	0.68	0.72	0.68	0.83
	T_{o+1}	19	21	22				18	18	18	18	18	18
	N=25	0.83	0.99	1	0.74	0.94	0.99				0.68	0.93	0.99
H_0:C	T_{o+1}	19	22	13	20	17	14			20	16	15	
	N=81	0.89	0.89	0.91							0.93	0.98	0.82
	T_{o+1}	16	18	16							17	17	17
	N=25	0.55	0.60	0.68	0.66	0.99	0.93	0.93	0.93	1			
H_0:D	T_{o+1}	22	21	20	20	14	13	16	16	12			
	N=81	0.89	0.89	0.91	0,93	1	0,96	0.70	0.80	0.99			
	T_{o+1}	16	18	16	17	13	14	20	14	14			

Tab. 2. Test di Pesaran: frequenze empiriche di rifiuto dell'ipotesi nulla.

		MODELLO GENERATORE											
		MATRICE A			MATRICE B			MATRICE C			MATRICE D		
		F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75	F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75	F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75	F11 0.25	F11 0.50	F11 0.75
	N=25				0.00	0.01	0.25	0.08	0.19	0.73	0.00	0.00	0.00
H_1:A	T_{o+1}				30	30	27	30	28	18	30	30	30
	N=81				0.00	0.06	0.12	0.01	0.36	0.60	0.00	0.01	0.01
	T_{o+1}				30	29	28	30	24	18	30	29	29
	N=25	0.00	0.01	0.05				0.02	0.18	0.69	0.00	0.01	0.05
H_1:B	T_{o+1}	30	29	29				29	27	20	30	30	29
	N=81	0.00	0.03	0.17				0.00	0.13	0.56	0.01	0.01	0.01
	T_{o+1}	30	29	27				30	28	16	29	29	29
	N=25	0.04	0.49	0.96	0.12	0.54	0.98				0.04	0.45	0.57
H_1:C	T_{o+1}	29	23	11	28	22	28				29	27	25
	N=81	0.58	0.39	0.89	0.02	0.25	0.90				0.00	0.01	0.01
	T_{o+1}	24	25	15	29	26	13				30	29	29
	N=25	0.01	0.00	0.02	0.01	0.01	0.02	0.01	0.03	0.11			
H_1:D	T_{o+1}	29	29	29	29	30	28	29	30	28			
	N=81	0.01	0.01	0.01	0.05	0.01	0.08	0.00	0.81	0.11			
	T_{o+1}	29	29	29	29	29	28	30	14	28			
	N=25				0.00	0.14	0.52	0.10	0.94	0.99	0.00	0.00	0.12
H_0:A	T_{o+1}				30	26	24	29	18	12	29	29	27
	N=81				0.14	0.23	0.99	0.16	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	T_{o+1}				24	23	12	28	28	11	30	30	30
	N=25	0.00	0.19	0.89				0.22	0.99	0.99	0.00	0.18	0.15
H_0:B	T_{o+1}	29	28	19				28	16	12	30	22	24
	N=81	0.33	0.82	0.98				0.50	0.69	0.92	0.12	0.18	0.50
	T_{o+1}	26	13	11				24	13	12	26	22	24
	N=25	0.20	0.67	0.99	0.21	0.67	0.99				0.12	0.32	0.84
H_0:C	T_{o+1}	19	21	12	22	19	12				27	25	13
	N=81	0.10	0.89	0.98	0.20	0.96	0.98				0.89	0.40	0.89
	T_{o+1}	27	13	11	24	12	12				26	21	13
	N=25	0.00	0.00	0.00	0.21	0.35	0.51	0.15	0.94	0.99			
H_0:D	T_{o+1}	30	30	30	27	19	25	26	18	14			
	N=81	0.00	0.01	0.01	0.27	0.50	0.89	0.47	0.89	0.98			
	T_{o+1}	30	29	28	26	25	16	26	14	13			

correttezza del test, vale a dire sulla proprietà del test di avere una maggiore probabilità di rifiutare una ipotesi nulla falsa che di rifiutare una ipotesi nulla corretta, mentre la seconda metà fornisce indicazioni sulla sua potenza, in quanto indica con quale probabilità il test consente di prendere la decisione corretta di rifiutare l'ipotesi nulla quando essa è falsa. Relativamente al comportamento, sotto H_0, dell'errore di I tipo, dalle tabelle 1. e 2. si evince come le proporzioni empiriche di tale errore siano, per il test di McAleer, di gran lunga superiori a quelle nominali (range 0.3-0.7) in tutte le situazioni considerate: in altre parole, il test tende a sovrarifiutare una ipotesi nulla vera. Al contrario, il livello di significatività empirico del test di Pesaran risulta spesso inferiore al livello nominale: ciò di verifica , come atteso, quando si tenta di confutare $\mathbf{W}_a$ con $\mathbf{W}_d$. Riguardo alla potenza potenza dei due test, essa aumenta sempre per valori elevati del coefficiente spaziale autoregressivo. Parimenti, la stima più corretta dell'istante temporale t_{0+1} in cui si verifica il cambiamento della struttura spaziale si ottiene in corrispondenza di alti valori di tale coefficiente. Si noti tuttavia che il test di Pesaran tende sistematicamente a rifiutare l'ipotesi alternativa vera quando si cerca di confutare $\mathbf{W}_a$ con $\mathbf{W}_d$ e $\mathbf{W}_d$ con tutte le altre matrici ad eccezione di $\mathbf{W}_c$.

6. CONCLUSIONI

La specificazione della struttura dei legami di dipendenza spaziale associata a specifici intervalli temporali, tramite l'impiego di test di ipotesi non nidificate, se pur con specifico riferimento ai test di McAleer e Pesaran e condizionatamente alle strutture di contiguità considerate, produce risultati molto ambigui. Per entrambi i test la potenza sembra dipendere dal grado di similarità che sussiste tra ipotesi alternative, dalla natura della vera struttura spaziale sottostante e dal valore del coefficiente spaziale autoregressivo. Con riferimento alla performance relativa dei due test, il test di Pesaran risulta più corretto del test di McAleer, che, di converso, risulta più potente. Ne deriva che occorre mettere in discussione, in tal contesto, l'appropriatezza dell'approccio dei test di ipotesi non nidificate ed, in particolare, dei due test oggetto di verifica: non solo i risultati devono essere interpretati con molta cautela ma in nessun caso essi possono essere utilizzati da soli come strumenti diagnostici.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

ANSELIN L. (1984), "Specification tests on the structure of interaction in spatial econometric models", *Papers of the Regional Science Association*, Vol. 54, pp. 165-181.

ARORA S.-BROWN M. (1997), “Alternative approaches to spatial correlation: an improvement over current practice”, *International Regional Science Review,* 2, 1: pp. 67-78.

COLI M. (1992), “Su alcuni metodi per l’analisi dei dati spazio-temporali”, *Metodi Statistici per le analisi Territoriali,* Franco Angeli.

CLIFF A.D.-ORD J.K. (1973), *Spatial Autocorrelation,* Pion Limited London.

DAVIDSON R., MACKINNON J.G. (1993), *Estimation and inference in Econometrics,* Oxford University Press.

HORDIJNG L. (1974), “Spatial Autocorrelation in the disturbances of a linear interregional model”, *Regional Science and Urban Economics,* 4, pp. 117-140.

KOOIJMAN S. (1976), “Some remarks on the statistical analysis of grids, especially with respect to ecology”, *Annals of Systems Research,* 5, pp. 113-132.

MILLIKEN G.A.-GRAYBILL F. A. (1970), “Extension of the general linear hypothesis model”, J.A.S.A, 65, pp. 797-807.

PAELINCK J.-KLAASSEN L. (1979),“Spatial Econometrics“, Farnboroug: Saxonhouse

PESARAN M.H. (1974), “On the general Problem of Model Selection”, *Review of Economics Studies,* 41, 2, pp. 263-274.

PFEIFER P.E.-DEUTSCHT S.J. (1979), “A. STARIMA model building procedure with application to description and regional forecasting”, Trans. Inst. Br. Geogr., 5, pp. 330-349.

PFEIFER P.E.-DEUTSCHT S.J. (1980), “A three stage iterative procedure for space–time modelling”, *Technometrics,* 22, pp.35-47.

PFEIFER P.E.-DEUTSCHT S.J. (1981), “Variance of the sample Space-Time Correlation Function of Contemporaneously Correlated Variables”, SIAM J. Appl. Math. Ser., A. 40, 1, pp.133-136.

SCLOCCO T. (1992), “La componente trend nelle serie spazio-temporali”, *Metodi Statistici per le analisi Territoriali,* Franco Angeli.

STETZER F. (1982), “Specifying weigths in spatial forecasting models: the results of some experiments”, *Environment and Planning,* A, 14, pp. 571-584.

SOME STATISTICAL TESTS TO CHOOSE BETWEEN SPATIO-TEMPORAL MODELS

Summary

The structural assumption embedded in a particular form of a spatial connectivity or dependence matrix are often not explicitly treated in the statistical analysis of spatio-temporal autoregressive models (STAR). This paper analyse the evaluation of different structure of spatial dependence as application of tests of non-nested hypotheses. The performance of the proposed test has been improved by a simulation study.