

## Concentrazione e distribuzione dei redditi

**Renato Guarini**, Istituto di Statistica economica, Università La Sapienza di Roma.

Essenziale, e differenziato rispetto a quello degli economisti e dei sociologi, è il ruolo che gli statistici hanno avuto ed hanno sul problema di come il reddito si distribuisce tra gli individui.

Per meglio cogliere e definire tale ruolo occorre effettuare un'analisi storico-critica dei vari indici o rapporti suggeriti dagli statistici per misurare le disuguaglianze della distribuzione dei redditi tra individui di una collettività territoriale, economica e sociale.

Per inquadrare il significato ed i contenuti di tali contributi occorre partire dalla misura suggerita dal Pareto (1939) basata sulla relazione:

$$Y_x = \frac{A}{x^\alpha}$$

che esprime che il numero dei redditieri  $Y_x$  con reddito superiore a  $x$  varia in ragione inversa della potenza di  $x$ .

Ovvero, nel caso in cui il diagramma a scala logaritmica abbia un andamento lineare, si può anche affermare che il rapporto tra il numero dei redditieri con reddito maggiore di  $x$  ed il numero dei redditieri con reddito più elevato di  $x + b$  è uguale alla potenza  $\alpha$  del rapporto tra  $x + b$  ed  $x$ , cioè

$$\frac{Y_x}{Y_{x+h}} = \left( \frac{x+b}{x} \right)^\alpha$$

$\alpha$  rappresenta l'esponente a cui bisogna elevare il rapporto esprime la variazione dei redditi limiti per ottenere la variazione inversa del numero dei corrispondenti redditieri, di conseguenza quanto più grande è  $\alpha$  tanto minore è la concentrazione dei redditi.

Una misura della disuguaglianza, indicata con il simbolo  $\delta$ , è stata proposta dal Gini che ha fornito temporalmente due differenti formulazioni del suo indice.

In un primo lavoro del 1909 indicando con  $Y_x$  il numero dei censiti al disopra di un certo reddito  $x$  e con  $a_i$  l'ammontare totale dei loro redditi, suggerisce una relazione analiticamente analoga a quella del Pareto

$$\log a_x = \log A - \beta \log x$$

riferita ai redditi e non ai redditieri.

Mettendo in relazione la precedente espressione con quella formulata dal Pareto

$$\log Y_x = \log A - \alpha \log x$$

egli ricava, con riferimento ai livelli  $x$  ed  $h$ , la relazione:

$$\frac{Y_x}{Y_h} = \left( \frac{A_x}{A_h} \right)^{\frac{\alpha}{\beta}}$$

in cui ponendo  $\delta = \frac{\alpha}{\beta}$ , definisce  $\delta$  come « l'esponente probabile al quale bisogna innalzare una certa parte dei redditi al di sopra di un certo limite per ottenere la parte dei censiti che la possiede ».

Successivamente il Gini fornisce un'altra definizione dell'indice  $\delta$ .

Indicando con  $a_1, a_2, \dots, a_m$  i redditi disposti per intensità crescenti, sia  $r$  il numero dei redditieri, su un complesso di  $m$ , con reddito da  $a_{m-r+1}$  in su.

Per la distribuzione dei redditi vale la seguente semplicissima espressione:

$$\frac{a_{m-r+1} + a_{m-r+2} + \dots + a_m}{a_1 + a_2 + \dots + a_m} = \frac{r}{m}$$

in cui  $a_1, a_2, \dots, a_m$  indicano i redditi disposti per intensità crescenti ed  $r$  rappresenta il numero dei redditieri, su un complesso  $m$ , con reddito da  $a_{m-r+1}$  in su.

In tale formulazione la misura della disuguaglianza è rappresentata dall'esponente  $\delta$  a cui bisogna innalzare la frazione  $r$  dei redditi più elevati per ottenere la frazione dei rispettivi percettori sul complesso dei redditi. Naturalmente nel caso di redditi equidistribuiti risulta  $\delta = 1$ , inoltre  $\delta$  varia al variare del limite  $a_{m-r+1}$  adottato e cresce al crescere della concentrazione.

Per il calcolo dell'indice indicando con  $H$  la frazione al primo membro e con  $K$  la frazione del secondo membro si può scrivere

$$H^\delta = K$$

da cui si ottiene

$$\delta \log H = \log K$$

$$\delta = \frac{\log K}{\log H}$$

che fornisce il criterio più comunemente seguito per calcolare.

Per la determinazione della concentrazione territoriale il Gini è ricorso all'espressione

$$\frac{a_1 + a_r + \dots a_{m-r}}{a_1 + a_r + \dots a_m} = \frac{m-r}{m}$$

Come è stato prima messo in evidenza l'indice  $\delta$  varia a seconda del limite adottato, ma, nel caso di applicazioni ai fenomeni di reddito, per molti paesi varia poco, per cui, calcolando  $r$  per parecchi limiti, si può assumere la media aritmetica dei risultati come unico indice medio di concentrazione.

I problemi del significato interpretativo degli indici  $\alpha$  e  $\delta$  ai fini della misura delle disuguaglianze delle distribuzioni e delle relazioni logiche ed analitiche tra loro intercorrenti sono stati affrontati da molti autori italiani (Gini stesso, Vinci, De Vergottini, Cantelli, Del Vecchio, Pietra, Sarvognan) che polemizzando anche vivacemente tra loro hanno contribuito a migliorare tali misure suggerendo modifiche ed affinamenti agli indici stessi.

Analiticamente risulta

$$\delta = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

ma come fu osservato la relazione è puramente teorica, l'indice non è affatto una ripetizione dell'indice  $\delta$  (\*).

Numerose esperienze hanno dimostrato che il valore empirico  $\delta$ , ricavato in base alle statistiche, differisce notevolmente dal valore teorico ottenibile dalla precedente formula quando si conosce  $\alpha$ .

L'indice  $\delta$  è preferibile, quando le statistiche permettono di calcolarlo, perché generalmente è più sensibile dell'indice  $\alpha$  alle variazioni della distribuzione dei redditi.

Precisamente si ha una maggiore sensibilità per alfa o delta a seconda che la concentrazione sia bassa o alta ( $\delta \leq 2$ ).

In altri casi la sensibilità dei due indici è uguale.

Il De Vergottini (\*\*) esamina il problema delle relazioni tra  $\alpha$  e  $\delta$

(\*) Il Gini scrive « L'indice  $\delta$  è molto più sensibile dell'indice  $\alpha$  alle differenze di distribuzione dei redditi. Notevoli differenze di distribuzione dei redditi rimangono appena avvertite da  $\alpha$  specialmente se i valori di  $\alpha$  sono bassi. Di qui era sorta presso di noi l'idea infondata che la distribuzione delle ricchezze fosse pressoché uguale in tutti i Paesi ed in tutti i tempi ». (Memorie di metodologia statistica, vol. I « Variabilità e concentrazione » Milano 1934 pag. 34).

(\*\*) Il De Vergottini afferma: l'indice  $\delta$  quando lo si voglia definire come espone presenta un gravissimo inconveniente; esso cioè non dà alcuna garanzia che la distribuzione teorica, quando esiste ovviamente una certa variabilità dei singoli valori di  $\delta$ , non contenga qualche contraddizione e cioè che il rapporto tra l'ammontare dei redditi e la loro frequenza in ciascuna classe sia un valore medio interno alla classe. Questa osservazione fa concludere al De Vergottini che l'indice  $\delta$  come definito dal Gini presenta un difetto tanto grave che rende necessario impiegarlo con la massima circospezione o converrebbe collocarlo tra i ferri vecchi come un procedimento irrazionale.

misurando la sensibilità degli indici in base sia alla variabilità assoluta sia a quella relativa.

Per quanto attiene alla variabilità assoluta osserva che il campo di variazione dei due indici è uguale in quanto entrambi variano tra 1 ed  $\infty$ ; inoltre in alcuni tratti del campo di variazione la variabilità assoluta è maggiore per  $\delta$  che per  $\alpha$ ; in altri si verifica l'opposto; più precisamente la variabilità assoluta è maggiore per  $\alpha$  o per  $\delta$  a seconda che la concentrazione è bassa o alta ( $\alpha \geq 2$  o  $\delta \geq 2$ ).

Uguale variabilità assoluta dei due indici si verifica pure per quei tratti del campo di variazione in cui ciascun valore estremo di  $\alpha$  è uguale al valore di  $\delta$  corrispondente all'altro estremo (o viceversa).

A conclusioni analoghe si perviene esaminando la variabilità relativa dei due indici.

Secondo il Pizzetti per determinare quale dei due indici ( $\alpha$  e  $\delta$ ) sia più variabile non è corretto applicare indici di variabilità relativa ma è necessario utilizzare la variabilità assoluta; pertanto l'indice  $\delta$  è teoricamente più sensibile dell'indice  $\alpha$  per tutte le distribuzioni effettive, mentre  $\alpha$  risulterebbe più sensibile per le distribuzioni dei redditi che in realtà non esistono ( $\alpha > 2$ ).

Altro contributo italiano è stato dato dal Bresciani Turrone che suggerì il metodo dei gruppi congruenti, che consiste in sostanza in ciò: si fraziona la popolazione in un certo numero di gruppi e si stabilisce entro quali limiti di reddito cadono (in tempi o luoghi diversi che si confrontano) queste frazioni della popolazione.

Calcolando le variazioni subite dai redditi-limiti (o dai redditi medi goduti dai vari gruppi) si vede subito se essi si sono sviluppati in modo uniforme o disuguale.

Questo metodo, anche se con formulazione diversa, fu suggerito in sostanza anche dal Mortara; egli ordina i redditeri secondo le entrate e li divide in  $n$  gruppi egualmente numerosi, determina la frazione di reddito che spetta, in tempi diversi, a ciascun gruppo e quindi i redditi medi dei singoli gruppi ed il rapporto tra questi ed il reddito medio generale.

Nella sessione del 1913 (Vienna 9-13 settembre) dell'Istituto Internazionale di Statistica fu all'ordine del giorno la questione dei metodi per lo studio della distribuzione dei redditi.

Intervennero molti autori tra cui il Wolf ed il Bortkiewicz; il primo presentò il suo lavoro *Sozialismus und Kapitalistische Gersellshagsordnung*, criticato dal secondo che lo giudicò non applicabile.

Importante fu il contributo nel dibattito di Bresciani-Turrone: egli rilevò gli errori metodologici nei quali era incorso Wolf, dimostrò che l'aumento percentuale che le classi  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  subiscono, cresce col crescere dei redditi limiti, osservò che gli statistici tedeschi per alcuni decenni si servivano del metodo « des prozentuellen Klassenzuwachses » come indice

delle variazioni dei redditi delle varie classi senza preoccuparsi del fondamento matematico di tale procedimento.

Egli ribadì pertanto la preferenza per il metodo dei gruppi congruenti il quale ha il vantaggio di eliminare ogni ricerca sulla natura della legge della serie, perché si applica indifferentemente a qualsiasi curva di redditi o di patrimoni.

Tra il Pietra (Istituto Internazionale di Statistica, Londra 1934) ed il Bresciani Turrone si disputò invece sulle discordanze tra gli indici misuratori della disuguaglianza dei redditi.

Il Pietra — prendendo in esame alcune statistiche sulla distribuzione dei redditi e dei patrimoni in Prussia — calcola i rapporti di concentrazione e li confronta con gli scostamenti medi relativi dalla media aritmetica calcolati da Bresciani Turrone pervenendo all'affermazione: « le conclusioni del Bresciani Turrone se stabilite, anziché sullo scostamento medio relativo dalla media aritmetica, sul rapporto di concentrazione dovrebbero essere capovolte ».

Il Bresciani Turrone dimostra che le discordanze tra i due indici dipendono dai criteri di classificazione dei dati. In particolare quando un gran numero di frequenze è raggruppato in poche classi.

La primitiva impostazione teorica del Pareto è stata anche ripresa e sviluppata in altre direzioni con riferimento agli aspetti formali del modello; questi studiosi hanno proposto modelli alternativi studiandone le proprietà intrinseche, quanto allo studio delle disuguaglianze, approfondendo il significato dell'indice  $\alpha$  e proponendo nuovi indici.

Partendo dalle tre equazioni originarie del Pareto sono state proposte altre funzioni rappresentatrici che mutuano l'equazione delle trasformate euleriane:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(P)} e^{-w(x)} [Q(x)]^{P-1} [W(x)]$$

In particolare si ricordano le funzioni trasformatrici proposte dall'Amoroso

$$W(x) = y(x - b)^{\frac{1}{e}}$$

e dal D'Addario

$$W(x) = \left[ a \log \frac{x + a}{b + a} \right]^2$$

Come si evince dall'illustrazione fin qui fatta, importanti e sostanziali sono stati per oltre cinquanta anni i contributi degli statistici italiani nelle misure della disuguaglianza dei redditi. Nel sottolineare l'apporto

sostanziale della scuola italiana su questi argomenti non si possono non ricordare gli indici proposti dagli autori stranieri ed in particolare quelli di: Champernowe (C), Theil (T), Atkinson (A), che hanno le seguenti espressioni

$$C = 1 - \frac{g_y}{m_y}$$

$$T = \Sigma \frac{Y_i}{\Sigma Y_i} - \ln N \frac{Y_i}{\Sigma Y_i}$$

$$A = 1 - \left[ \frac{1}{N} \Sigma \left( \frac{Y_i}{m_y} \right)^{1-e} \right] \frac{1}{1-e}$$

in cui:

$Y_i$  = reddito della  $i^{\text{esima}}$  famiglia

$g_y$  = media geometrica dei redditi

$m_y$  = media aritmetica dei redditi.

Fino agli anni trenta si determinò uno squilibrio tra lo sviluppo teorico di tali argomenti e la possibilità di effettuare concreti riscontri empirici della sensitività degli indici, delle loro proprietà teoriche, delle loro capacità di interpretare e descrivere i fenomeni distributivi.

Erano disponibili soltanto dati parziali riferiti ad universi particolari di redditori ed inoltre non erano stati ancora introdotti dagli Istituti di Statistica dei vari Paesi gli schemi standardizzati di Contabilità Nazionale.

Soltanto negli anni successivi al 50 sono iniziate ampie rilevazioni sui redditi ed i consumi delle famiglie i cui risultati hanno consentito di bilanciare il forte squilibrio che si era determinato tra sviluppo della teoria degli indici di disuguaglianza e le analisi empiriche.

I risultati di tali analisi hanno però aperto un altro interrogativo.

È stata estesa oltre misura una teoria che con delle analisi empiriche poteva essere contenuta entro limiti assai modesti, oppure a fronte di un così vasto sviluppo teorico si dovrebbe avvertire l'esigenza di dati più completi?

Prima di rispondere a tale quesito occorre però precisare il concetto di reddito a cui occorre attenersi e fare una rassegna delle varie fonti di dati disponibili.

Come ha già sottolineato G. Carbonaro, ai fini della costruzione delle distribuzioni dei redditi occorre riferirsi all'aggregato del reddito disponibile delle famiglie al netto degli ammortamenti e delle imposte sul reddito e sul patrimonio. Tale aggregato soddisfa alle esigenze degli studi sulla

distribuzione del reddito nell'ipotesi che le differenze fra i redditi monetari rispecchino adeguatamente le differenze tra i redditi reali.

Da alcuni autori viene suggerito di aggiungere al reddito come prima definito sia i benefici accessori in natura sia il valore dei consumi pubblici o collettivi finali (almeno di quelli divisibili).

Su questo punto non sono d'accordo, ritengo, come sostenuto anche da Carbonaro, che nello studio delle distribuzioni dei redditi occorre considerare il reddito reale e non il benessere economico.

I motivi concettuali di tali preferenze sono:

- il reddito può considerarsi trasferibile mentre alcune componenti del benessere economico non possono ritenersi trasferibili (servizi pubblici, tempo libero, ecc.);
- alcune componenti del benessere economico oltre a non essere trasferibili non possono ritenersi liberamente disponibili per la soddisfazione dei bisogni potenziali degli individui;
- la distribuzione di alcuni servizi pubblici dipende dalle necessità dei servizi stessi da parte degli individui (servizi sanitari, assistenziali, ecc.).

I dati disponibili per l'Italia e per gli altri Paesi hanno dei contenuti definitivi sensibilmente diversi dalle definizioni prima ricordate ed inoltre sono ottenuti con criteri di rilevazione che in molti casi sono di carattere fiscale.

In uno studio condotto per conto dell'OCSE da Malcolm Sawyer sono stati esaminati criticamente i dati disponibili per i vari Paesi al fine di accertarne la corrispondenza a prefissati criteri di definizione del reddito e delle unità statistiche tra tutti i Paesi OCSE.

Soltanto per 12 Paesi esistono dati che opportunamente modificati consentono di effettuare analisi comparate e tra questi 5 appartengono alla Comunità Europea.

Riferendosi ad una distribuzione per decili il Carbonaro ha applicato gli indici che posseggono i requisiti dell'indipendenza dalla media, della simmetria e della sensibilità ai trasferimenti e precisamente, coefficiente di variazione, rapporto di concentrazione (o indice di Gini), indice di Champenowre, indice di Theil, indice di Atkinson.

Costruendo graduatorie dei sei Paesi con i cinque indici prescelti per la misura dell'ineguaglianza si ottengono uguali ordinamenti dei Paesi per tutti gli indici ad eccezione di quello di Theil.

Il che conferma che i vari indici forniscono misure tra di loro coerenti e che i vari autori pur fornendo dei contributi pregevoli dal punto di vista analitico non hanno portato elementi di conoscenza nuovi e differenziati nella interpretazione della realtà.

Se dalla panoramica dei dati a livello internazionale passiamo ad ana-

lizzare la disponibilità dei dati per l'Italia ci accorgiamo che la situazione non è migliore anzi affiorano in tutta la loro gravità le carenze dell'informazione statistica italiana e la mancanza di coordinamento tra l'ISTAT e le altre istituzioni che invadono sempre più il campo delle rilevazioni statistiche non migliorando la conoscenza della realtà ma anzi portando elementi di confusione e distorsione nei dati.

In Italia i primi dati che consentivano uno studio completo ed esauriente sulla distribuzione dei redditi sono quelli del 1963-64 raccolti ed elaborati dall'ISTAT con un'indagine campionaria sui bilanci di famiglia sull'universo totale delle famiglie italiane.

Infatti una precedente indagine sui bilanci delle famiglie effettuate nel 1953-54 considerava soltanto le famiglie non agricole ed inoltre non veniva richiesto esplicitamente il reddito delle famiglie ma soltanto la spesa totale che come abbiamo prima visto trascura la componente risparmio anch'essa potenzialmente destinabile ai bisogni degli individui.

Dopo la prima ed unica indagine dell'ISTAT sono state effettuate le indagini annuali della Banca d'Italia; il confronto tra i risultati delle due indagini non è possibile in quanto sono diversi gli universi di riferimento, il metodo di campionamento, i criteri di rilevazione, le definizioni tra le due indagini.

Per quasi venti anni l'ISTAT ha continuato ad effettuare la sua indagine sui consumi e le spese delle famiglie, la Banca d'Italia quella sui consumi, il reddito ed il risparmio; i due Enti hanno quindi continuato utilizzando differenti universi (l'ISTAT l'anagrafe delle famiglie, la B.I. le liste elettorali) diversi criteri di riporto all'universo, definizioni non sempre concordanti.

Soltanto in un recente incontro (\*) è stato ribadito che le due indagini dovrebbero utilizzare la stessa base di campionamento (l'anagrafe delle famiglie) mentre dovrebbero chiaramente differenziarsi per finalità; quella dell'ISTAT rivolta alla rilevazione dei consumi e dei redditi e l'altra al risparmio ed al reddito.

Nello stesso incontro si è anche venuti a conoscenza di altre iniziative che, o per la loro accentuata localizzazione (effettuate soltanto in alcune province) o per il particolare universo di campionamento (clienti di alcuni sportelli bancari) non migliorerebbero il quadro conoscitivo e fornirebbero misure non confrontabili con quelle ottenute dall'ISTAT e dalla Banca d'Italia.

Dalle precedenti analisi e considerazioni possono trarsi alcune indicazioni sulle quali vorrei richiamare l'attenzione.

— La teoria della misura della disuguaglianza, in mancanza di possibilità

(\*) Gli atti di tale incontro, svoltosi a Perugia nei giorni 8 e 9 febbraio 1985, non sono ancora disponibili.



di analisi empirica, si è sviluppata oltre misura rispetto alle necessità di analisi e di interpretazioni dei dati.

- L'informazione statistica di base non è sufficiente, né per grado di attendibilità né per criteri di rilevazione e di elaborazione dei dati, a soddisfare le esigenze conoscitive degli studiosi e a permettere la verifica delle leggi o regolarità statistiche formulate sempre più numerose dai vari autori.

A tal fine occorre:

- effettuare un esame coordinato delle numerose ed eterogenee informazioni disponibili dalle varie fonti per individuare le differenze di contenuto e di definizione;
- assicurare procedimenti di rilevazione dei dati unitari, coerenti e confrontabili;
- ampliare il campo delle informazioni raccolte e dei caratteri di stratificazione facendo riferimento a molteplici fattori quantitativi e qualitativi (istruzione, patrimoni, imposte, trasferimenti ricevuti, ecc.).

Soltanto un sostanziale miglioramento della base conoscitiva potrà assicurare un più stretto legame tra teoria e verifica empirica.

Si è consapevoli delle difficoltà di vario tipo che si incontrano su questa via, ma è necessario tentare perché siamo tutti convinti dell'importanza sempre maggiore che le informazioni quantitative assumeranno nell'analisi della distribuzione del reddito.

### Bibliografia

- Beneduce, A. (1909). Sulla curva di distribuzione dei redditi. *Giornale degli economisti*.
- Bresciani Turrone, C. (1910). Di un indice misuratore della disuguaglianza nella distribuzione della ricchezza. *Studi in onore di Biagio Brugi*, Palermo, 797-812.
- Bresciani Turrone, C. (1914). Osservazioni critiche sul metodo di Wolf per lo studio della distribuzione dei redditi. *Giornale degli Economisti e rivista di Statistica*, 382-394.
- Bresciani Turrone, C. (1936). Su alcune discordanze tra gli indici misuratori della disuguaglianza dei redditi. *Giornale degli Economisti e rivista di Statistica*, 608-616.
- Cantelli, F.P. (1929). Sulla legge di distribuzione dei redditi. *Giornale degli economisti e rivista di Statistica*, vol. LXIX.
- Carbonaro, G. (1980). La distribuzione personale del reddito nei Paesi della Comunità Europea, *Atti IV Convegno ISCONA*, Roma, 209-255.
- D'Addario, R. (1948). Ricerche sulla curva dei redditi. *Giornale degli economisti*, 91-114.
- De Vergottini, M. (1947). Sulla relazione tra gli indici alfa e delta. *Giornale degli economisti ed Annali di economia*, vol. 1 e 2, 56-60.
- De Vergottini, M. (1948). Sugli indici alfa e delta. *Giornale degli economisti ed Annali di economia*. Vol. 7 e 8, 414-423.
- Giannone, A. (1976). La distribuzione del reddito in Italia nell'ultimo ventennio, *Atti del III Convegno ISCONA*, Roma.
- Gini, C. (1909). Il diverso accrescimento delle classi sociali e la concentrazione della ricchezza. *Giornale degli economisti*, vol. XXXVIII, 27-83.

- Gini, C. (1911). *Indici di concentrazione e di dipendenza*. Biblioteca dell'Economista, vol. XV, UTET, Torino.
- Gini, C. (1934). *Variabilità e concentrazione*. Memorie di metodologia statistica, Milano, 34-50.
- Gini, C. (1955). *Variabilità e concentrazione*. Veschi, Roma.
- Mortara, G. (1934). *Misura ed indici delle diseguaglianze statistiche*. Seminario Matematico, Milano.
- Murer, A. (1983). La distribuzione quantitativa dei redditi. *Studi in onore di Silvio Vianelli*, Palermo.
- Pareto, V. (1939). Law and the index of inequality of incomes. *Econometrica*.
- Pietra, G. (1934). Intorno alla discordanza tra indici di variabilità e di concentrazione. *XXII Sessione ISI*, Londra.
- Pizzetti, E. (1948). Sensibilità degli indici di concentrazione. *Giornale degli economisti ed annali di economia*.
- Sawyer, M. (1976). *Income Distribution in the OECD Countries*. OECD Economy Outlook, Occasional Studies.
- Vinci, F. (1921). Nuovi contributi allo studio sulla distribuzione dei redditi. *Giornale degli economisti*, 365-369.