

Un programma di elaborazione automatica dati per alcuni aspetti statistici della gestione delle scorte

vesh

Luciano Metelka, Dipartimento di Scienze Statistiche – Università di Padova

Nell'articolo sono descritte le caratteristiche di un programma implementabile su calcolatore e volto a considerare alcuni aspetti statistici relativi alla gestione ottimale delle scorte di materiali di produzione e vendita. È presentata una procedura che prevede il controllo delle scorte a intervalli costanti e predeterminati di tempo.

Lo scopo delle elaborazioni è di fornire indicazioni su come assicurare il livello di servizio – inteso come proporzione $(1 - \alpha)$ della richiesta di materiale soddisfatta tempestivamente – più conveniente e, nel contempo, minimizzare il costo complessivo di gestione delle scorte.

1. Introduzione

Nel presente contributo, relativo ad alcuni aspetti statistici della gestione delle scorte di materiali di produzione e vendita, si descrive un programma codificabile su calcolatore che, pur non essendo estremamente generalizzato, permette di cogliere le relazioni esistenti tra alcuni degli elementi che caratterizzano la gestione delle scorte. Più che a una soluzione accurata e sofisticata dei singoli problemi che si incontrano in questo campo di applicazione della statistica, si è cercato di costruire una cornice sufficientemente valida dal punto di vista teorico e abbastanza ampia da permettere di cogliere, in modo realistico, alcune connessioni tra le diverse entità che nel loro complesso costituiscono il sistema di gestione delle scorte e che, abitualmente, devono essere considerate congiuntamente da chi ha la responsabilità della gestione delle scorte. Pur essendo frequente la soluzione dei problemi di gestione scorte in contesti di tipo deterministico mediante strumenti di programmazione matematica, quanto qui considerato è in un contesto di tipo stocastico e sono soprattutto le analisi statistiche e alcuni aspetti di calcolo delle probabilità, utili in questo tipo di indagini, che sono oggetto di riflessione.

La letteratura sulla gestione delle scorte classifica gli articoli in scorta a seconda che possano essere considerati singolarmente o, al contrario, per ottenere indicazioni aventi validità operativa, essi debbano essere con-

siderati congiuntamente raggruppati in classi opportune. Nel seguito si tratterà solo di articoli esaminati singolarmente.

Dovendo fissare delle procedure secondo le quali gestire delle scorte vi sono tre problemi fondamentali a cui si deve dare risposta:

1. Con che periodicità osservare le variazioni che avvengono nelle scorte in giacenza.
2. Quando provvedere a una ricostituzione delle scorte.
3. Quale deve essere la dimensione (quantità) della richiesta di ricostituzione delle scorte.

Nel seguito si esaminerà in modo esplicito il caso in cui l'esame del livello delle scorte avviene a intervalli costanti e prefissati di tempo (p.e. ogni mese). L'adattamento del programma ad altre condizioni che prevedano, per esempio, un controllo continuo della situazione delle scorte è possibile: viene a cambiare soprattutto la tempestività di accertamento della situazione critica delle scorte e la rapidità di reazione a tali situazioni critiche.

Scopo delle elaborazioni esposte è il dare una soluzione operativamente accettabile ai problemi 2 (quando procedere a una ricostituzione delle scorte) e 3 (che dimensione dare a detta ricostituzione). Si tratta di elaborare le informazioni disponibili allo scopo di ricavare delle indicazioni circa la dimensione più opportuna (economica) del lotto di approvvigionamento (LEA = lotto economico di approvvigionamento) e il controllo, mediante la determinazione di opportuni coefficienti di sicurezza, che la gestione delle scorte sia tale da assicurare agli utenti delle scorte un conveniente prefissato livello di servizio, inteso come proporzione di utenti serviti tempestivamente con le scorte di materiali disponibili.

Quanto viene descritto è sostanzialmente uno schema che collega alcune delle variabili che devono essere considerate congiuntamente quando si gestiscono delle scorte di materiali per la produzione e la vendita. La sua validità è soprattutto euristica: viene descritto un modo di comportarsi di fronte all'incertezza della previsione statistica delle richieste di materiali, quando si voglia assicurare ai clienti un prefissato livello ottimale di servizio. Se si rappresenta la richiesta prevista per il periodo T con la variabile casuale (V.C.) X , nel seguito si intenderà che la scorta G giacente a magazzino assicura il livello di servizio $(1 - \alpha)$, per il periodo T , se

$$F_X(G) = (1 - \alpha) \quad (1)$$

ove $F_X(\cdot)$ indica la funzione di ripartizione della V.C. X .

Il modo di procedere descritto è utilizzabile, e lo si è utilizzato: in diverse realtà aziendali. Naturalmente ogni realtà aziendale ha caratteristiche singolari che vanno considerate accuratamente quando si voglia rendere

operativi strumenti del genere della procedura qui descritta. Quanto esposto sono solo delle riflessioni relative ad alcuni aspetti di analisi statistica e di calcolo delle probabilità riguardanti la gestione delle scorte.

2. Descrizione complessiva del programma

Nel programma sono identificabili due moduli fondamentali, il primo riguardante la previsione delle richieste del materiale, il secondo la determinazione della quantità che conviene approvvigionare volta per volta. Accanto a questi vi sono moduli ausiliari atti a raccogliere informazioni utili per la gestione delle scorte.

Per quanto riguarda il modulo di previsione delle richieste di materiale, devono essere specificati:

– Lunghezza del periodo temporale futuro (orizzonte temporale) preso in considerazione; in mancanza di indicazioni (default) esso è pari a 12 mesi.

– Intervallo unitario assunto come misura del tempo. (Di default esso è assunto pari a un mese).

Abitualmente, in problemi di questo genere (previsione delle richieste con dettaglio di singola voce inventariale e singola azienda o località geografica di conservazione delle scorte), dati storici antichi raramente sono utili. Le frequenti notevoli variazioni di strutture produttive e di mercato rendono poco utili usualmente i dati più lontani di k interi cicli stagionali (anni). Il valore di k può essere diverso a seconda del particolare settore merceologico indagato; si ritiene che raramente dovrebbe essere conveniente porlo superiore a 6 (Default 4). Dati più antichi di k cicli stagionali conviene siano eventualmente conservati in archivi e supporti adatti per far fronte a studi e bisogni particolari di informazioni.

Le elaborazioni e le previsioni sono strutturate in modo diverso a seconda della quantità di dati storici disponibili. Se i dati disponibili sono tali da non coprire un intero ciclo stagionale (dati disponibili in numero inferiore al parametro NCS del programma) si determina la sola richiesta media del periodo e si segnala la scarsità di dati. Se i dati sono in numero superiore a due interi cicli stagionali, si esaminano i dati disponibili per valutare l'opportunità di:

a) calcolare dei coefficienti di stagionalità (giudizio in base al valore del coefficiente di correlazione seriale tra dati omonimi di cicli stagionali successivi, depurati eventualmente del trend di lungo periodo presente nei dati);

b) stimare dai dati un trend lineare di lungo periodo (giudizio espresso in base al rapporto tra una misura di variabilità dei dati osservati e il valore medio degli stessi dati: se la variabilità residua dei dati è una proporzione

elevata del livello medio della serie, l'eventuale stima del trend può risentire eccessivamente di tale componente residua);

c) segnalare i dati che apparissero come presumibilmente anomali rispetto al complesso della serie.

Il trend di lungo periodo è determinato calcolando la differenza tra le medie dei primi e degli ultimi "NCS" dati (media del primo e dell'ultimo anno di dati) divisa per la distanza (in tempo) tra i punti centrali di detti due gruppi di dati. I coefficienti di stagionalità sono stimati mediante medie dei rapporti osservati tra i dati storici rilevati in corrispondenza ai vari momenti del ciclo stagionale e i relativi valori interpolati come rappresentativi del trend lineare di lungo periodo stimato sulla base dei dati storici. Quando sia stato giudicato opportuno procedere alla determinazione dei coefficienti di stagionalità, le elaborazioni successive sono dapprima fatte su dati destagionalizzati (i dati storici considerati sono destagionalizzati), le previsioni così ottenute sono poi stagionalizzate.

Nel programma, il modulo per la previsione delle richieste e il confronto delle previsioni coi dati consuntivi è la fonte principale di informazioni per le decisioni relative alla gestione delle scorte. Pur essendo pensabile di determinare le previsioni con metodi più sofisticati le previsioni sono ottenute mediante medie mobili calcolate con pesi che variano esponenzialmente utilizzando i coefficienti di ponderazione esponenziale a_1 e a_2 nel modo seguente:

$$MR_{(t)} = a_1 \cdot R_{(t-1)} + (1 - a_1) \cdot PR_{(t-1)} \quad (2)$$

$$TR_{(t)} = a_2 \cdot (MR_{(t)} - MR_{(t-1)}) + (1 - a_2) \cdot TR_{(t-1)} \quad (3)$$

$$TREND_{(t)} = TR_{(t)} + \frac{1 - a_2}{a_2} \cdot (TR_{(t)} - TR_{(t-1)}) \quad (4)$$

$$PR_{(t)} = MR_{(t)} + TREND_{(t)} \quad (5)$$

in cui $0 < a_1, a_2 < 1$; $R_{(t)}$ è il dato storico relativo alla richiesta di materiale osservata nel periodo t ; $MR_{(t)}$ è la stima del livello della serie temporale considerata raggiunto all'inizio del periodo t ; $TREND_{(t)}$ è la stima del trend presente nella serie localmente nel periodo t . Le stime sono in sostanza ottenute coi metodi di ponderazione esponenziale di Brown e di Holt, in presenza di trend lineari di evoluzione delle serie temporali considerate. Le stime del livello raggiunto dalla serie e dal suo trend di evoluzione sono via via aggiornate. Per quanto riguarda il trend di evoluzione $TREND_{(t)}$, esso è ottenuto correggendo la stima $TR_{(t)}$ per ovviare a una eventuale tendenza a variare in modo lineare del trend stesso. Come già detto, nel caso di serie temporali per cui sia stato opportuno considerare la stagionalità delle richieste di fornitura, le elaborazioni precedenti sono effettuate sui dati destagionalizzati, successivamente le previsioni sono

comprehensive della stagionalità. La previsione stagionalizzata è data da

$$PREV_{(t)} = PR_{(t)} \cdot CST_{(t)} \quad (6)$$

dove con $CST_{(t)}$ si indica il coefficiente di stagionalità per il periodo t .

Confrontando i valori effettivi $R_{(t)}$ coi valori previsti $PREV_{(t)}$ è possibile ottenere una stima della varianza degli errori di previsione ($S2EP$).

I valori dei coefficienti di ponderazione esponenziale a_1 e a_2 sono stabiliti basandosi sulla loro capacità di interpolare i dati storici osservati.

Il sistema di gestione delle scorte è considerabile sia nell'ambito di sistemi di riapprovvigionamento basati su livelli di riordino fissi e intervalli tra i riordini variabili, sia di sistemi che prevedono la decisione di riapprovvigionare le scorte in momenti temporali fissi, abitualmente equispaziati. Nel seguito si farà riferimento a quest'ultima situazione in cui i momenti quando si può decidere l'approvvigionamento sono equispaziati di intervalli temporali unitari (default un mese). In $(t+0)$ si decide cosa fare in $(t+1)$, l'eventuale decisione potrà essere corretta in $(t+1)$ con effetto in $(t+2)$. In genere si assume che l'azione decisa in un periodo abbia effetto a metà del periodo successivo.

Se si assume di effettuare le elaborazioni nel periodo temporale $(t+0)$, in detto momento si possiedono informazioni consuntive fino alla fine del periodo $(t-1)$ e si deve programmare l'attività da svolgere nel periodo $(t+1)$ ed eventualmente nei periodi successivi. I dati elaborati sono riferiti a periodi temporali unitari (default un mese).

Il problema è di bilanciare le scorte in giacenza con il livello di servizio, da rendere al cliente, giudicato più opportuno per massimizzare i risultati aziendali. A tale fine è opportuno proteggersi da scostamenti del quantitativo "effettivamente" richiesto dal quantitativo previsto come richiesto "in media" (in seguito indicato brevemente come "quantitativo previsto") ponendosi in condizione di fornire, oltre al quantitativo previsto come "richiesto in media" un ulteriore quantitativo indicato nel seguito come "scorta di sicurezza" (*SCSIC*).

In $(t+0)$ è stimabile il valore delle scorte all'inizio del periodo $(t+1)$, tali scorte devono essere in grado di soddisfare le richieste di materiali per tutto il periodo che intercorre tra la richiesta di forniture e il momento in cui essa diviene disponibile in scorta per soddisfare le richieste dagli utenti (clienti) delle scorte. Sia A_j tale periodo. Tale intervallo è abitualmente diverso per le varie voci (codici) di inventario di cui si deve programmare la gestione. Se in $(t+0)$ non viene programmato un approvvigionamento per il periodo $(t+1)$, le scorte disponibili devono essere tali da soddisfare le richieste di materiale per i periodi $(t+1)$ e A_j , è questa la quantità di richiesta di materiale da confrontare con la giacenza (presunta come esistente) alla fine del periodo $(t+0)$. Per quanto riguarda l'incertezza

relativa a detto confronto, si può osservare che essa si estende all'intervallo temporale $(t + 0), (t + 1), A_j$ (default 2.5 periodi).

In genere sarà opportuno che la scorta disponibile alla fine del periodo $(t - 1)$, unita agli approvvigionamenti programmati per il periodo $(t + 0)$ sia tale da soddisfare le richieste attese in media per i periodi $(t + 0), (t + 1), A_j$. Inoltre può essere opportuno soddisfare, con la scorta esistente, la proporzione $(1 - \alpha)$ delle volte tutte le richieste di fornitura che perverranno nell'intervallo cui sono riferite le previsioni. Sia TA l'intervallo temporale $[t + 0, t + 1, A_j]$ la quantità di fornitura richiesta in detto periodo sia descrivibile con una *V.C.* normale con media MTA e varianza $S2TA$.

$$N(MTA, S2TA) = \frac{1}{STA \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{RTA - MTA}{STA} \right)^2} \cdot dRTA \quad (7)$$

ove RTA indica la quantità richiesta nell'intervallo TA e $STA = (S2TA)^{\frac{1}{2}}$. La scorta da predisporre può essere posta pari a:

$$SC_{(1-\alpha)} = MTA + k_{(1-\alpha)} \cdot STA = MTA + SCSIC \quad (8)$$

dove $k_{(1-\alpha)}$ è il $100 \cdot (1 - \alpha)$ percentile della *V.C.* $N(0; 1)$. Dal confronto tra G (scorta esistente all'inizio del periodo $t + 0$) e $SC_{(1-\alpha)}$ è individuabile l'opportunità di chiedere un approvvigionamento nel periodo $(t + 1)$ onde assicurare agli utenti del prodotto il livello di servizio $(1 - \alpha)$.

Nell'assunzione (abituamente accettabile) di linearità dei rammarichi per scarsità e per eccesso delle scorte (G) rispetto alla richieste di prelievo (R) si ha:

$$RAM(G, R) = \begin{cases} CE \cdot (G - R) & \text{se } G > R \\ CS \cdot (R - G) & \text{se } G < R \end{cases} \quad (9)$$

in cui con $RAM(G, R)$ si indica il rammarico conseguente all'aver programmato una scorta di G e aver constatato che la richiesta di materiale è stata di R , CE e CS sono i rammarichi unitari per aver predisposto una scorta eccessiva (CE) o scarsa (CS) rispetto alla richiesta di materiale.

In tale condizione, i rammarichi attesi in media sono minimi se:

$$\alpha = CE / (CS + CE) \quad (10)$$

Se si gestiscono le scorte in modo che in ogni periodo sia disponibile la quantità di scorta

$$G = MTA + k_{(1-\alpha)} STA = MTA + SCSIC \quad (11)$$

e se le assunzioni fatte circa la distribuzione delle richieste sono accettabili la frequenza attesa di scarsità delle scorte di materiale è α . Il valore medio

della scarsità in ogni periodo, sempre per singola voce di inventario, è pari a:

$$STA \cdot L_{(z)} = SCARM \quad (12)$$

ove $z = (G - MTA)/STA$ e $L_{(z)} = \int_z^{+\infty} (x - z) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$

Dalla (12) si potrebbero stimare il numero medio delle richieste di fornitura non soddisfacenti tempestivamente e la durata media della scarsità, controllando quindi altre nozioni di servizio reso dalle scorte oltre a quello qui considerato.

Il modo di procedere descritto corrisponde a prevedere per NCS volte (numero di volte in cui si può decidere l'approvvigionamento) la ricostituzione delle scorte durante un intero ciclo stagionale. Tale modo di procedere può non essere il più conveniente dal punto di vista economico.

Per ottimizzare i risultati economici è normalmente opportuno ridurre quanto più possibile il costo complessivo di gestione delle scorte, almeno entro l'orizzonte temporale per cui si ritiene opportuno estendere le previsioni. Una struttura dei costi di gestione delle scorte, abitualmente accettabile, considera un costo fisso (F) per ogni ordine di ricostituzione delle scorte, e un costo unitario annuo ($CUAN$) per unità di materiale conservata in scorta per un intero ciclo stagionale. Nel decidere la politica di gestione delle scorte dovrà essere infine controllato anche il rammarico collegato alla scarsità del materiale. Mentre i costi collegati alla emissione di un ordine di approvvigionamento e i costi di conservazione delle scorte sono abitualmente stimabili dalle rilevazioni contabili predisposte sistematicamente in azienda. I costi, o rammarichi, collegati alla scarsità del materiale rispetto alle richieste non sono oggetto usuale di rilevazione sistematica e devono essere definiti e calcolati appositamente.

Estendendo l'analisi all'orizzonte temporale di un intero ciclo stagionale (NCS periodi), la previsione complessiva delle richieste può essere stimata pari a:

$$PREVA_{(t)} = NCS \cdot MR_{(t)} + H \cdot \sum_{i=0}^{NCS-1} (i \cdot TREND_{(t)}) \quad (13)$$

dove $PREVA_{(t)}$ è la previsione, formulata in $(t + 0)$, delle richieste relative a un intero ciclo stagionale; $MR_{(t)}$ è il livello delle richieste relativo al periodo $(t + 0)$; $TREND_{(t)}$ è la stima in $(t + 0)$ di un trend lineare di variazione delle richieste esteso a NCS periodi; H è un parametro, abitualmente con valore tra zero e uno, che esprime soggettivamente il diverso grado di certezza dei due addendi utilizzati per la stima e permette di avere delle previsioni cautelative.

Qualora l'approvvigionamento avvenga con lotti di dimensione LA il costo totale di gestione delle scorte è stimabile con:

$$CTOTGE = NA \cdot F + GIACM \cdot CUAN + CS \cdot NA \cdot STA \cdot L(z) \quad (14)$$

in cui $NA = PREVA/LA$; $GIACM$ rappresenta la giacenza media di materiale ed è pari a:

$$GIACM = \frac{1}{2} \cdot LA \cdot \left(1 - \frac{RR}{RA}\right) + SCSIC \quad (15)$$

in cui RR è una misura del ritmo delle richieste di materiale (p.e. ritmo giornaliero dei prelievi da magazzino) e RA è una misura del ritmo con cui il materiale si accumula a magazzino (p.e. ritmo giornaliero della produzione, o ∞ in caso di arrivo istantaneo dell'intero lotto LA); $z = SCSIC/STA = k_{(1-\alpha)}$.

Poiché al variare del lotto di approvvigionamento (LA) varia il valore della (14), si può ricercare quale sia la variazione (D) da apportare a LA che fa diminuire il costo di gestione delle scorte ($CTOTGE$). Poiché al variare della dimensione del lotto di approvvigionamento varia la frequenza (NA) con cui si può avere scarsità di materiali, si può cercare di minimizzare la somma dei primi due addendi mantenendo costante il valore del terzo (oneri di scarsità) (la scorta di sicurezza ($SCSIC$) appare come funzione decrescente del lotto di approvvigionamento LA).

Se si varia il lotto di approvvigionamento da LA a $(LA + D)$ la scorta di sicurezza potrà essere variata in modo che

$$\frac{PREVA}{LA} \cdot STA \cdot L\left(\frac{SCSIC}{STA}\right) = \frac{PREVA}{LA + D} \cdot STA \cdot L(z') \quad (16)$$

l'equazione in z' soprascritta non è lineare e, includendo una funzione della distribuzione di probabilità normale, non è conveniente cercarne una soluzione in forma chiusa. Un modo di procedere consiste nel porre

$$L(z') = \frac{LA + D}{LA} \cdot L\left(\frac{SCSIC}{STA}\right) \quad (17)$$

identificare numericamente il valore di z' , ricavare il nuovo valore della scorta di sicurezza, ricalcolare il valore della (14) dopo aver fatto assumere a LA il valore $(LA + D)$.

Abitualmente, con non molte iterazioni, scegliendo per il passo (D) di variazione da apportare a LA un valore opportuno collegato alla realtà fisica indagata, si riesce a pervenire a identificare un conveniente valore del lotto di approvvigionamento (LEA).

3. Conclusioni

La letteratura relativa a problemi di gestione delle scorte è estremamente estesa. Nella realtà la gestione delle scorte è inserita in una sequenza di operazioni commerciali e/o produttive caratterizzate da non stazionarietà. L'incertezza si estende ai tempi e quantitativi richiesti dagli utenti, ai quantitativi realmente disponibili a fronte di una richiesta di approvvigionamento, ai tempi che intercorrono tra la richiesta di un approvvigionamento e la sua disponibilità per gli utenti.

Difficoltà sono collegate anche al trattare congiuntamente informazioni provenienti da modelli statistici e altre – talora molto certe – provenienti da conoscenze dirette del mercato. Quanto descritto è relativo solo a un modo di comportarsi di fronte all'incertezza della previsione statistica delle richieste, l'estensione per considerare l'incertezza relativa alle operazioni di approvvigionamento (produzione) è possibile. Il trattare informazioni provenienti da conoscenze dirette di mercato è soprattutto un problema organizzativo.

Bibliografia

- Brown R.G., *Statistical forecasting for inventory control*, Mc Graw, 1959, New York.
Brown R.G., *Smoothing forecasting and prediction of discrete time series*, Prentice Hall, 1963, New Jersey.
Brown R.G., *Materials management systems*, J. Wiley & Sons, 1977, New York.
Hassan M.Z., Gupta I.D., *Basic programs for production and operations management*, Prentice Hall, 1983, New Jersey.
Silver E.A., Peterson R., *Decision systems for inventory management and production planning*, J. Wiley & Sons, 1985, New York.
Trux W.R., *Data processing for purchasing and stock control*, Mc Graw, 1971, New York.

Summary

A program of automatic data computing for solving some problems of statistical inventory control

The paper deals with some characteristics of a program of automatic data computing aimed at analysing some statistical feature of optimal managerial control of inventories of production and sale materials. The procedure presented concerns a constant time period inventory control method.

The program is aimed at assuring an optimal service level – defined as the proportion $(1 - \alpha)$ of materials delivered without delay – and, in the same time, to minimize the total cost of inventory management.